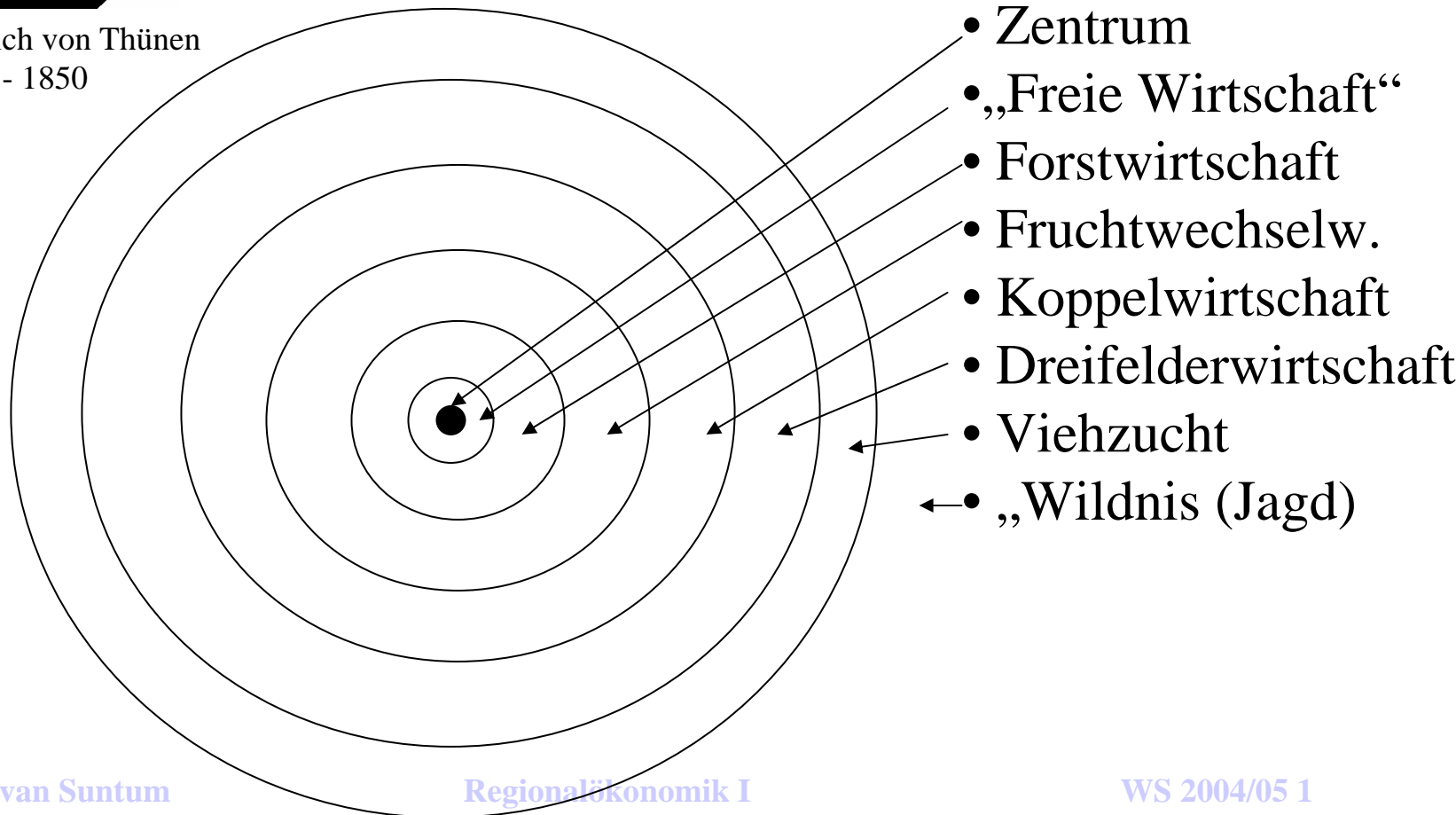


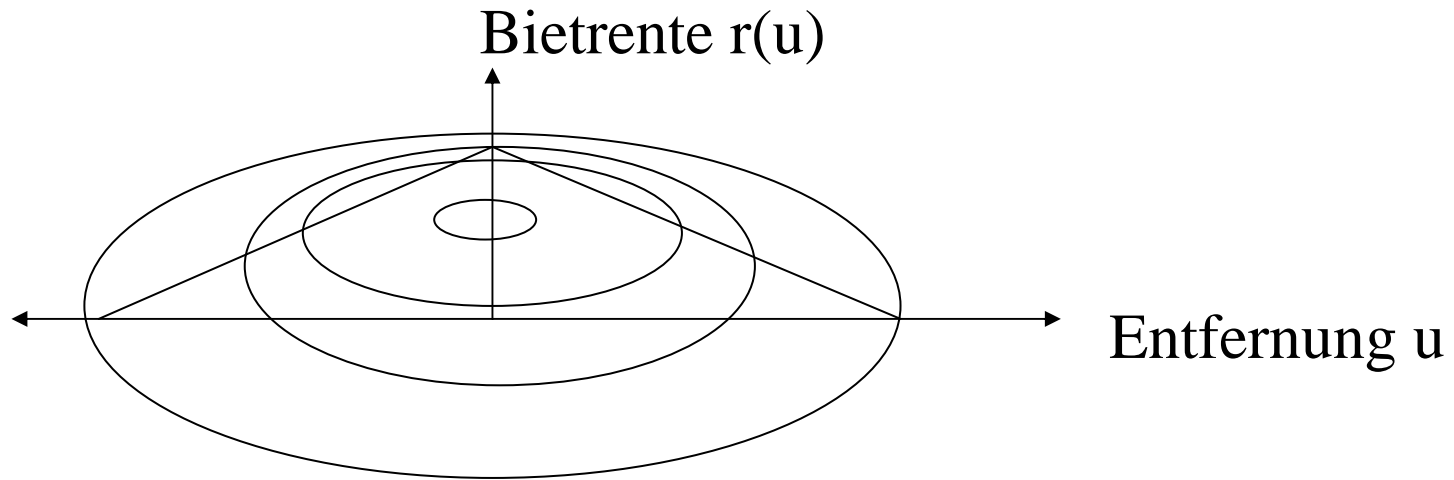


Johann Heinrich von Thünen  
1783 - 1850

# 1.1. Thünen'sche Kreise und Thünen-Modell

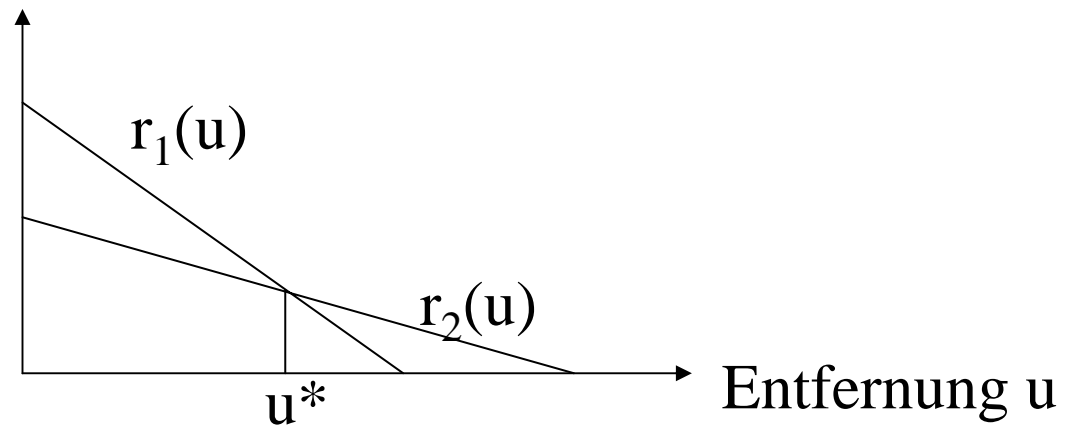


# Thünen-Modell formal



## Vereinfachungen:

2-Güter-Fall  
Preise gegeben  
lineare Beziehungen  
keine externen Effekte



# Vereinfachtes Thünen-Modell

(vgl. UvS, Die Thünen'schen Ringe, WiSt 8/1980)

## Annahmen:

- Preise im Zentrum seien gegeben
- Nachfrage zu diesem Preis unbegrenzt hoch
- Homogene Fläche, punktförmiger Absatzmarkt im Zentrum
- Produktion in der Fläche, Produktionskosten überall gleich hoch
- ubiquitäre Produktionsfaktoren

## Symbole:

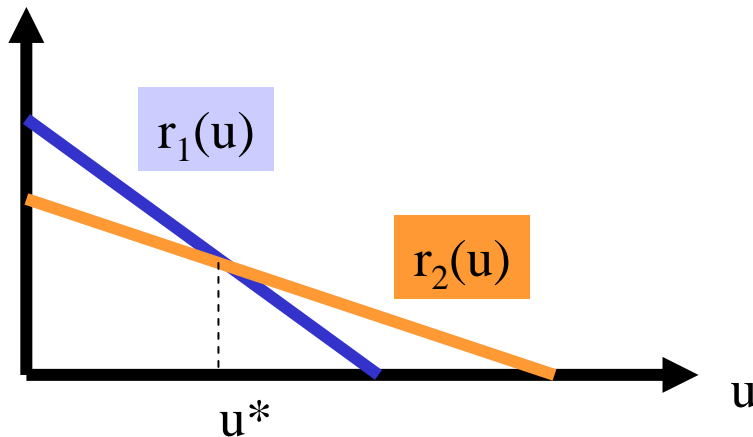
- $p_i$  = Preis von Gut  $i$  im Zentrum
- $t_i$  = Transportkosten Gut  $i$  pro Tonne und km
- $u$  = Entfernung vom Zentrum
- $k_i$  = Stückkosten von Gut  $i$  (ohne Transportkosten)
- $e_i$  = physischer Ertrag von Gut  $i$  pro Flächeneinheit (in Tonnen)
- $p_i(u)$  = Preis von Gut  $i$  in Entfernung  $u$
- $G_i(u)$  = Gewinn pro Flächeneinheit Gut  $i$
- $r_i(u)$  = Bietrente Gut  $i$  (Gewinn vor Bodenkosten) pro Flächeneinheit

# Formale Lösung vereinfachtes Modell:

$$(1) \quad r_1(u) = (p_1 - t_1 u - k_1)e_1$$

$$(2) \quad r_2(u) = (p_2 - t_2 u - k_2)e_2$$

} Bietrentenfunktionen (Alonso)



An der Grenze  $u^*$  muss gelten:

$$(3) \quad r_1(u^*) = r_2(u^*)$$

$$\Rightarrow (4) \quad u^* = \frac{e_1(p_1 - k_1) - e_2(p_2 - k_2)}{e_1 t_1 - e_2 t_2}$$

Gut 1 wird in Entfernung  $u$  produziert, wenn

$$(5) r_1(u) > r_2(u)$$

Einsetzen von (1) und (2) in (5) liefert

$$(5a) e_1(p_1 - k_1) - e_2(p_2 - k_2) > u(e_1t_1 - e_2t_2)$$

Einsetzen von (4) in (5a) liefert

$$(5b) u^*(e_1t_1 - e_2t_2) > u (e_1t_1 - e_2 t_2)$$

$\Rightarrow$  Für  $e_1t_1 > e_2t_2$  (positiver Klammerausdruck) folgt  $u < u^*$   
d.h. Gut 1 wird dann in Zentrumsnähe angebaut

$\Rightarrow$  Für  $e_1t_1 < e_2t_2$  (negativer Klammerausdruck) folgt  $u > u^*$   
d.h. Gut 1 wird dann in Peripherie angebaut

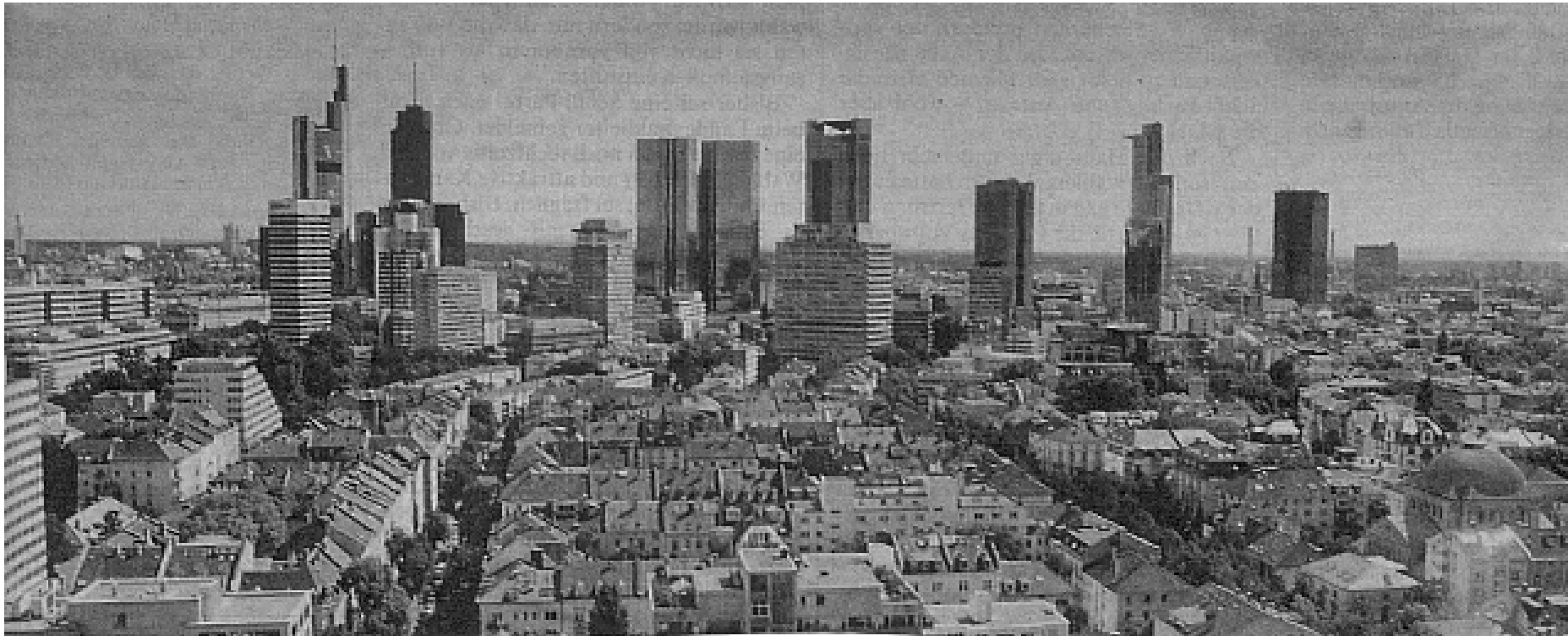
# Schlußfolgerungen/Interpretation:

- Entscheidend sind physische Erträge  $e_i$  und Transportkosten  $t_i$
- In Zentrumsnähe rückt das Gut mit den höchsten Transportkosten pro Flächeneinheit
- Die Preise im Zentrum sind hier ohne Einfluß auf die Standortwahl
- Gesamte Transportkosten der Volkswirtschaft werden minimiert

# Kritik/Erweiterungen:

- Preise und Nachfrage endogenisieren (wie bei Thünen im Original)
- Restriktionen (homogene Fläche, Linearität etc.) lockern
- Auf moderne Fragestellungen anwenden (Einzelhandel, Industrie)

## Anwendbarkeit auch auf Stadtstrukturen:



- intensivste Bodennutzung in Zentrumsnähe (hier: FFM)
- Grund weniger Transportkosten als Wegekostensparnis der Kunden und Agglomerationsvorteile (siehe später)

# Verallgemeinertes Thünen-Modell

(vgl. Excel-Datei „Thünen allgemein“)

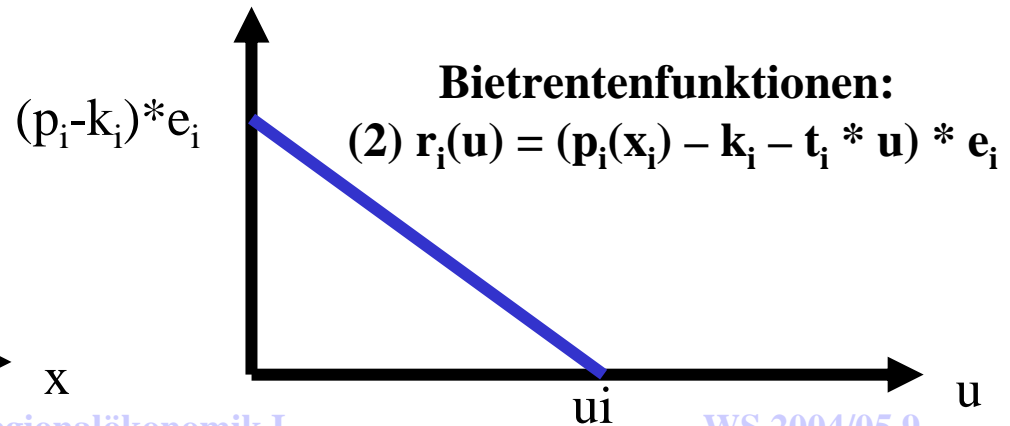
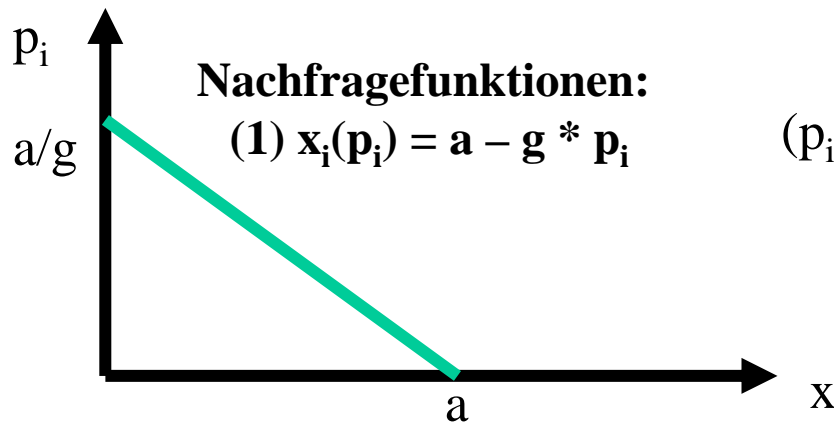
- Güterpreise im Zentrum  $p$  jetzt variabel, ergeben sich aus Angebot und Nachfrage im Zentrum
- Es konkurrieren zwei Güter (1 und 2) um die marktnächsten Standorte (z.B. Gemüse und Weizen)
- Feste, aber je nach Gut unterschiedliche Transportkosten  $t$  pro Entfernungs- und Gütereinheit
- Genutzte Bodenfläche um das Zentrum ergibt sich aus Nachfragemengen der Güter, diese wiederum von Preisen abhängig
- An der Bebauungsgrenze ist der Bodenpreis Null
- Statt Fläche wird mit Entfernung  $u$  gerechnet (nur mathematische Vereinfachung)



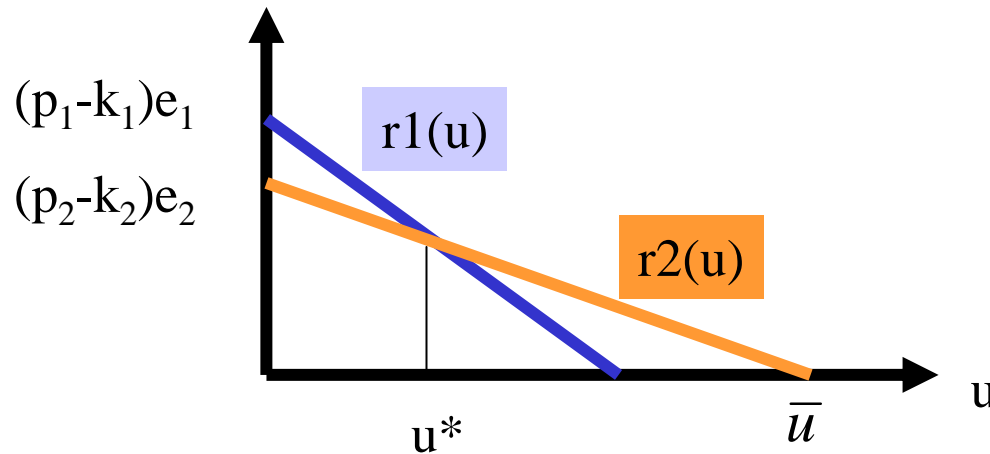
# Formale Lösung

## Symbole:

- $p_i(x_i)$  = Preis von Gut i im Zentrum
- $t_i$  = Transportkosten Gut i pro Tonne und km
- $u$  = Entfernung vom Zentrum
- $k_i$  = Stückkosten von Gut i (ohne Transportkosten)
- $e_i$  = physischer Ertrag von Gut i pro Flächeneinheit (in Tonnen)
- $p_i(u)$  = Preis von Gut i in Entfernung u
- $G_i(u)$  = Gewinn pro Flächeneinheit Gut i
- $r_i(u)$  = Bietrente Gut i (Gewinn vor Bodenkosten) pro Flächeneinheit
- $x_i$  = nachgefragte Menge Gut i im Zentrum
- $a, g$  = feste Parameter der Nachfragefunktionen
- Angebot sei proportional zur Entfernung:  $x_i = e_i * u_i$  (mit  $u_i =$  Anbau“fläche“ Gut i)



Es gelte  $e_1 \cdot t_1 > e_2 \cdot t_2 \Rightarrow$  Gut 1 hat steilere Bietrentenfunktion:



- links von  $u^*$  wird Gut 1 angebaut wegen  $r_1(u) > r_2(u)$
- rechts von  $u^*$  wird Gut 2 angebaut wegen  $r_2(u) > r_1(u)$
- Für die „Zonengrenze“  $u^*$  errechnet sich analog zu oben:

$$(3) \quad u^* = \frac{e_1(p_1 - k_1) - e_2(p_2 - k_2)}{e_1 t_1 - e_2 t_2}$$

- Für den Flächenbedarf gelten folgende Beziehungen:

$$(4) u_1 = x_1/e_1 \quad \text{bzw} \quad u_2 = x_2/e_2 \quad (\text{Flächenbedarf der einzelnen Güter})$$

$$\text{Mit} \quad u_1 + u_2 = \bar{u}$$

$$\Rightarrow (4a) \quad \frac{a_1 - g_1 * p_1}{e_1} + \frac{a_2 - g_2 * p_2}{e_2} = \bar{u} \quad (\text{Gesamter Flächenbedarf})$$

- Aus  $r_2(\bar{u}) = 0$  (Nullgewinn von Gut 2 an der Anbaugrenze)

$$\text{und (2) folgt (5)} \quad p_2 = t_2 * \bar{u} + k_2 \quad (\text{Preis von Gut 2 im Zentrum})$$

- Gut 1 wird genau bis  $u^*$  angebaut: (4)  $\Rightarrow u_1 = u^* = x_1/e_1$

$$\Rightarrow (6) \quad u^* = \frac{a_1 - g_1 * p_1}{e_1}$$

Wir haben 4 Gleichungen (3,4,5,6) sowie vier Unbekannte  $(\bar{u}, u^*, p_1, p_2)$   
 $\Rightarrow$  das System ist eindeutig lösbar.

Man erhält folgende Lösungsgleichungen:

$$p_1 = \frac{N_2 * N_3 * N_4 + e_1 * e_2 * t_2 * (a_1 * e_2 + a_2 * e_1 - g_2 * e_1 * k_2)}{N_2 * N_4 + e_1 * (e_2)^2 * t_2 * g_1}$$

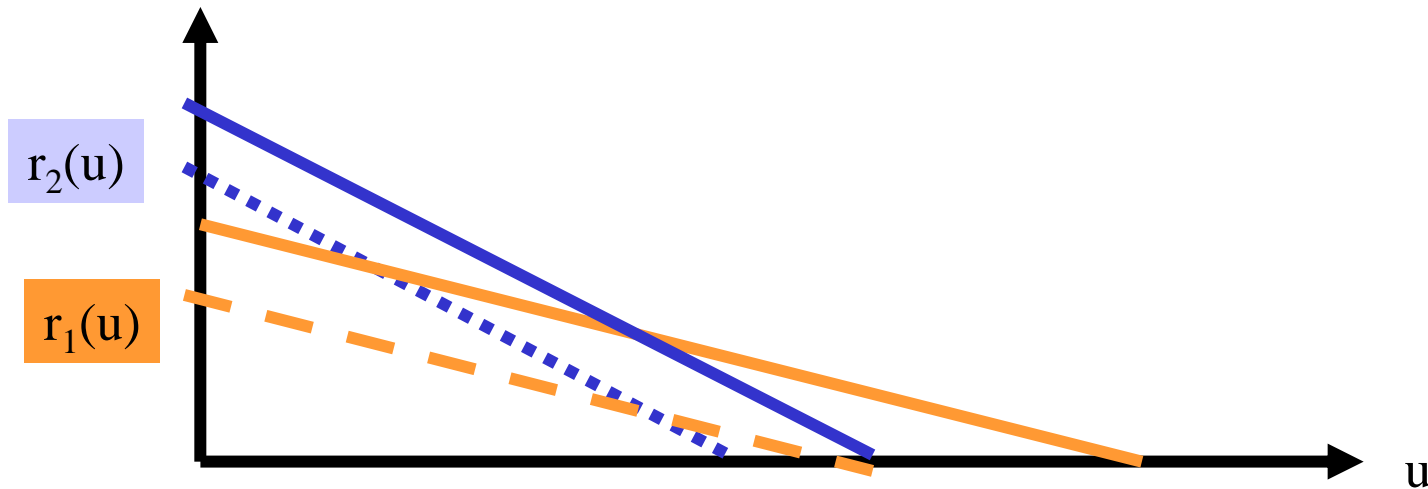
$$\bar{u} = \frac{a_1 * e_2 + a_2 * e_1 - g_2 * e_1 * k_2 - g_1 * e_2 * p_1}{N_4}$$

mit folgenden Hilfsvariablen:

$$N_1 = e_1 * t_1 - e_2 * t_2$$
$$N_2 = (e_1)^2 + g_1 * N_1$$
$$N_3 = \frac{a_1 * N_1 + (e_2)^2 * k_1}{N_2}$$
$$N_4 = e_1 * e_2 + g_2 * e_1 * t_2$$

Alle weiteren Variablen sind aus Gl (3) bis (6) zu ermitteln

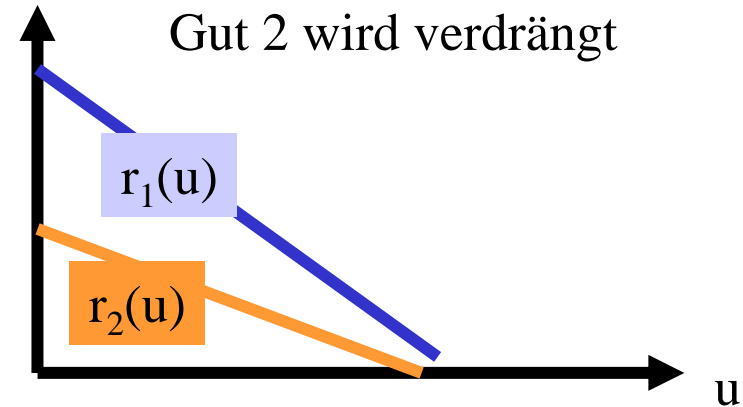
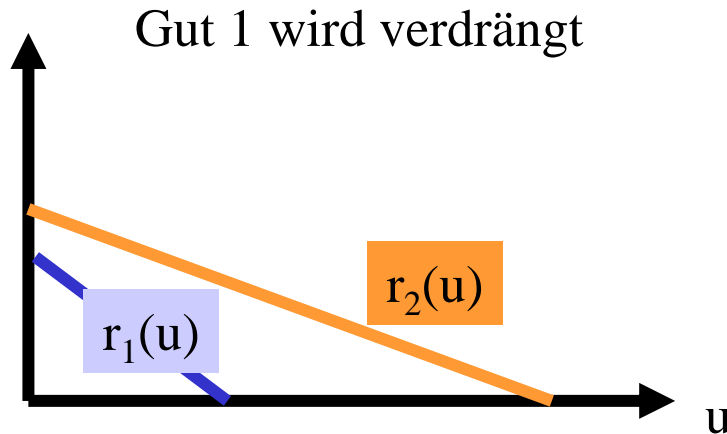
# Ergebnisse des Modells am Beispiel späteren Hinzutritts von Gut 2:



- Neuzutritt von Gut 2: Gut 1 wird aus innerem Kreis verdrängt
- Preis von Gut 1 steigt wegen größerer Knappheit, Bietrente dito
- jetzt wird Gut 2 knapper und sein Preis und seine Bietrente steigen
- Prozess setzt sich fort bis Nachfrage = Angebot auf beiden Märkten
- Bodenpreis steigt überall, Anbaufläche wird ausgedehnt
- Reihenfolge des Zutritts ist unerheblich für Zonenbelegung

# Ergebnisse ohne positiven Schnittpunkt $u^*$ :

(Annahme: Nachfrage nicht begrenzt)



Grenzfall identischer Bietrentensteigungen:

- Standortbelegung erfolgt zufällig bzw. gemischt durch beide Güter
- Nachfrageerhöhung nach einem Gut verteuert beide Güter und Boden
- Anbaufläche geringer als Summe der Flächen im Ein-Gut-Fall, da steigender Bodenpreis die Nachfrage nach beiden Gütern dämpft

# Thünen-Kreise in der Stadt:

